皮带秤承载器响应特性曲线

中国计量科学研究院　周祖濂

摘　要：指出皮带秤承载器响应特性曲线主要是用于配料皮带秤系统分析用，以往用于“静态”分析是不合宜的。给出了承载器在系统分析中常用的拉氏变换和Z变换表示式。

关键词：皮带秤承载器　脉冲响应　拉普拉斯变换　Z变换

在以往有关皮带秤的文章和书籍中，为了分析承载器的受力特性，多是借助皮带秤的“响应物性曲线”。皮带秤的“响应曲线”是根据承载器受集中“点”载荷作用下传感器随时间变化的受力特性。对传输皮带秤而言，载荷是均匀分布在承载器上，承载器受集中“点”载荷的情况几乎不存在。根据均匀载荷状况来求传感器的受力大小要比用响应曲线来求简单直观得多。至以用响应曲线来比较皮带秤各种承载器的力等性能和称重性能并不太适宜。对皮带秤承载器的性能评伦主要应根据其机械设计的特点。

我认为皮带秤承载器响应特性曲线主要是用于配料皮带秤的控制性能分析。众所周知，对于一个线性系统其特性可用它的脉冲响应函数 h（t）来描述。系统的输出 y（t）等于脉冲响应 h（t）与输入 x（t）的卷积记为：

$$y(t) = \int_0^\infty x(t-\tau)h(\tau)d\tau \qquad (1)$$

根据脉冲响应的定义，皮带秤承载器所给出的响应特性曲线，即是承载器的脉冲响应。对于配料皮带秤为了控制配料精度，为一闭环的控制回路，通过反馈系统控制皮带的传输速度或进料的多少。为了准确的分析系统的控制过程，考虑承载器脉冲响应的因素是非常必要和不可缺少的。遗憾的是，我查阅了以往的有关衡器的杂志、会议文集和书籍，在分析配料皮带秤的文章中，几乎没有对承载器数学模型的描述。对于一个线性系统的分析与综合，若直接用上述（1）式的数学形式是非常不方便的。对于连续系统通常是使用拉普拉斯变换技术。拉氏变换的优点在于可将线性微方程变成代数方程，利用典型的代数运算求解，再经过拉氏逆度变换就得到所需的解。通过拉氏变换可将卷积变为输入函数，输出函数与响应拉氏变换的乘积关系。

$$L[y(t)] = L[h(t)] \cdot L[x(t)]$$

或

$$Y(p) = G(p) \cdot X(p)$$

拉氏变换的定义如下：

$$L[h(t)] = G(p) = p\int_0^\infty e^{-pt}h(t)dt$$

其中，p 为复数，其实部大于 0。

我们根据图 1 中单托辊承载器和悬浮四托辊承载器的响应特性曲线，求出它们的拉氏变换。其中 T 为物料通过承载器的时间。

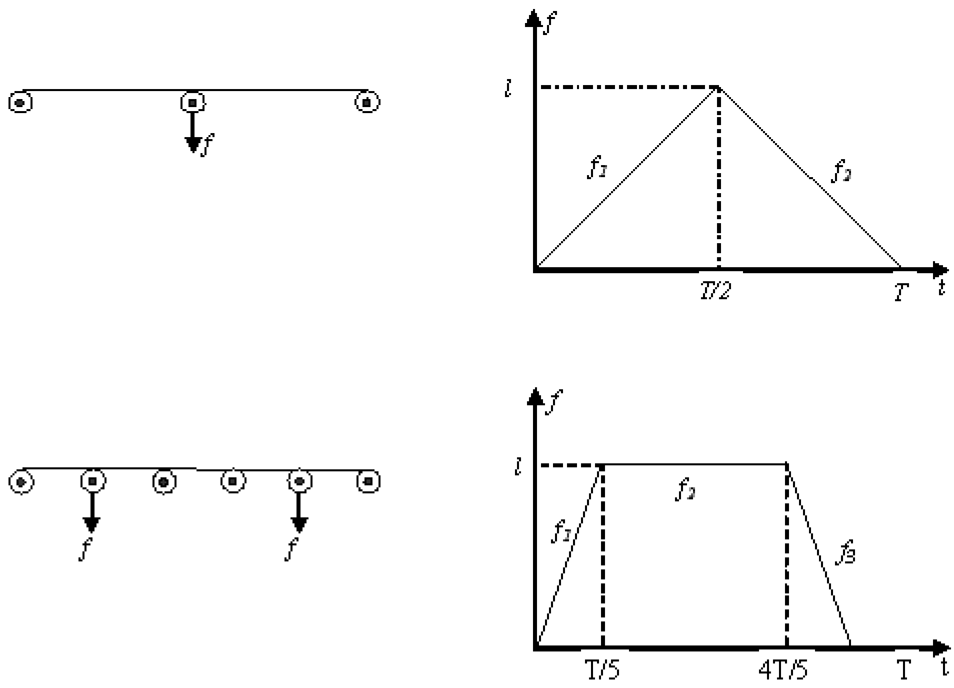

图 1

单托辊承载器响应的拉氏变换

$$h(t)=h_1(t)+h_2(t)$$

$$G_1(p)=p\int_0^{\infty}\frac{2}{T}te^{-pt}dt=\frac{2p}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}te^{-pt}dt$$

该积分运用部分积分法很容易求得结果

$$G_1(p)=\frac{2}{PT}\left(1-e^{-PT/2}\right)-e^{-PT/2}$$

用同样的方法求得，

$$G_2(p)=p\int_0^{\infty}\frac{2}{T}(T-t)e^{-pt}dt$$

$$=p\int_{\frac{2}{T}}^{T}(T-t)e^{-pt}dt$$

$$= e^{-PT/2} + \frac{2}{PT}\left(e^{-PT} - e^{-PT/2}\right)$$

最后可得：

$$G(p) = L[h(t)] = G_1(p) + G_2(p) = \frac{2}{pt}\left(1 - e^{-pT/2}\right)^2 \qquad （2）$$

用同样方法求悬浮四托辊承载器响应的拉氏变换。

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) + h_3(t)$$

$$G_1(p) = p\int_0^\infty \frac{5}{T} te^{-pt} dt = \frac{5p}{T}\int_0^{\frac{T}{5}} te^{-pt} dt$$

$$= \frac{5}{PT}\left(1 - e^{-PT/5}\right) - e^{-PT/5}$$

$$G_2(p) = p\int_0^\infty 1 - e^{-pt} = P\int_{\frac{T}{5}}^{\frac{4T}{5}} e^{-pt} dt$$

$$= e^{-PT/5} - e^{-4PT/5}$$

$$G_3(p) = p\int_{\circ}^\infty \frac{5}{T}(T-t)e^{-pt} dt = P\int_{\frac{4}{5}T}^{T} (T-t)e^{-pt} dt$$

$$= e^{-\frac{4}{5}PT} + \frac{5}{TP}e^{-PT} - \frac{5}{TP}e^{-4PT/5}$$

最后可得：

$$G(p) = G_1(p) + G_2(p) + G_3(p)$$

$$= \frac{5}{PT}\left(1 - e^{-PT/5}\right)\left(1 - e^{-4PT/5}\right) \qquad （3）$$

对于离散系统而言，在对系统进行分析时，使用 Z 变换是最方便和有效的手段。离散序列 Z 变换的定义如下：

对给定的一个离散信号 X（n），$n = -\infty \sim \infty$ 则 X（n）的 Z 变换为：

$$X(Z) = \sum_{-\infty}^{\infty} X(n) Z^{-n}$$

使用 Z 变换的情况，对于单托辊和悬浮四托辊的响应曲线即是系统中的脉冲响应 h(t)。例如对于单托辊脉冲响应的 Z 变换可由下式给出：

$$G(Z)=\frac{Z}{T}\left[\sum_{n=0}^{N/2}(\Delta\cdot n)Z^{-n}+\sum_{n=N/2}^{N}(1-\Delta\cdot n)Z^{-n}\right]$$

其中，N 为在时间 T 内的取样数，$\Delta=T/N$ 为取样间隔。同样也很容易与出悬浮四托辊的 Z 变换结果。

由上面的分析可以看出，单托辊和悬浮四托辊均为一个两阶的延迟系统。即输出与输入间有一时差。

我写这篇文章主要是想说明皮带秤承载器的响应曲线主要是用来对配料皮带秤进行系统分析用的。另外也提示读者对于很多动态称重系统，我们不能再用以往静态称重的理念来分析。还要指出一点，以上的分析并未考虑承载器自身的因有振动特性。